

『虛勝實、不足勝有餘』

— 其意博、其理奧、其趣深 —

居仁國中 二年級 吳宥學

2022/01/21

摘要

- 傳統的幾何作圖：直尺、圓規
- 我的獨立研究：以「**三角板**」取代直尺與圓規，完成大部分的幾何作圖。
- 研究結果發現：單獨使用三角板可以完成『八大基本幾何作圖』，包括：
 - ✓ 作線段之**中垂線**
 - ✓ 過線外一點作**平行線**
 - ✓ 過線外/線上一點作**垂線**
 - ✓ 作**角平分線**
 - ✓ 於平行線上**截取等線段**
 - ✓ 將任意線段**延長 n 倍**
 - ✓ 於**非平行線**上**截取等線段**
 - ✓ 作**等角**（複製一個角）
- 進而**證實**「**三角板**」的確可以取代直尺與圓規，完成大部分的幾何作圖。

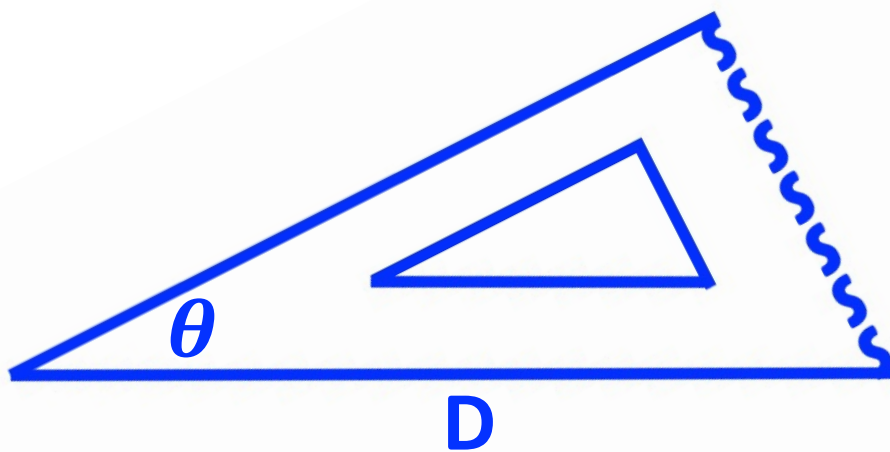
研究目的

- 探討是否能以「三角板」取代直尺與圓規，來完成大部分的幾何作圖

研究方法

設定公設系統

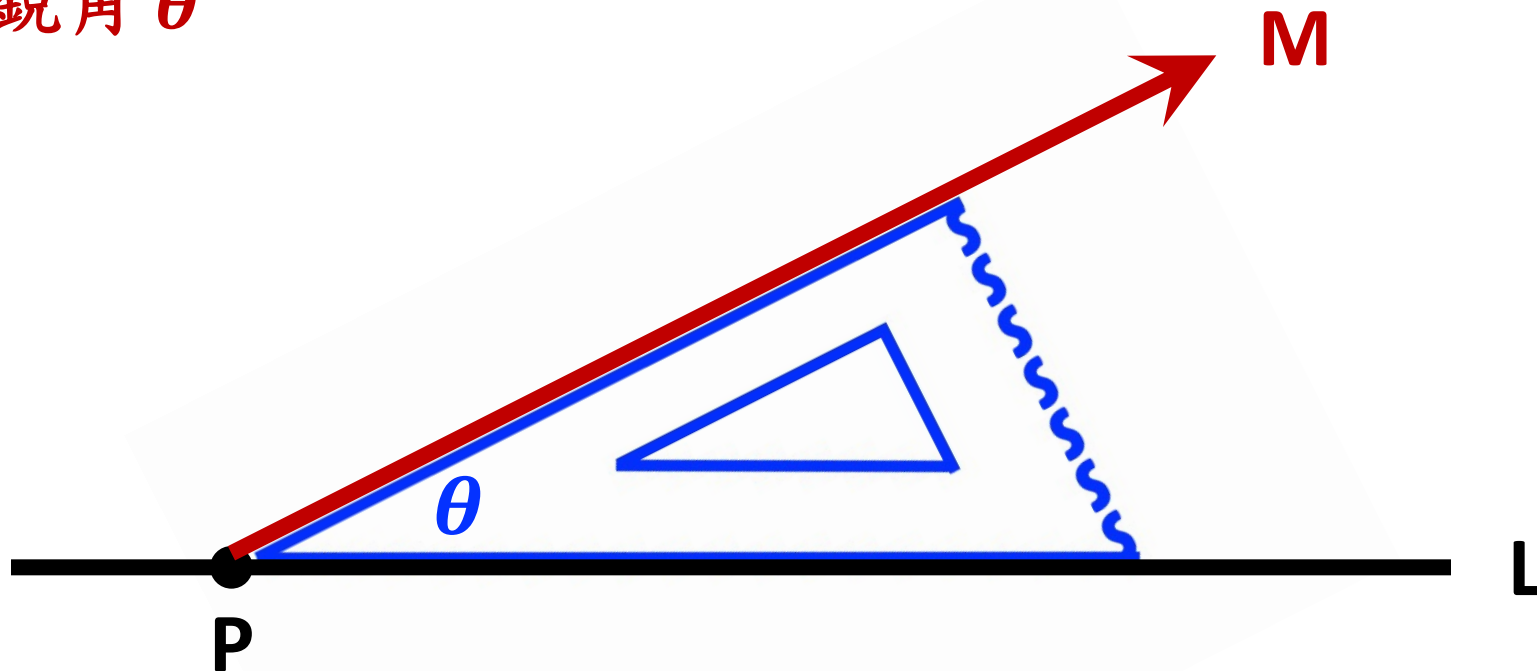
- 首先需界定「使用三角板作圖的基本功能」，也就是此作圖方式中的「公設系統」。三角板的特色是不分品牌、不分大小，它都「具備固定的角度」以及「固定的斜邊長」，因此我很直覺的拿這兩個性質來作為使用三角板作圖法的公設系統。



公設系統

• 公設一：

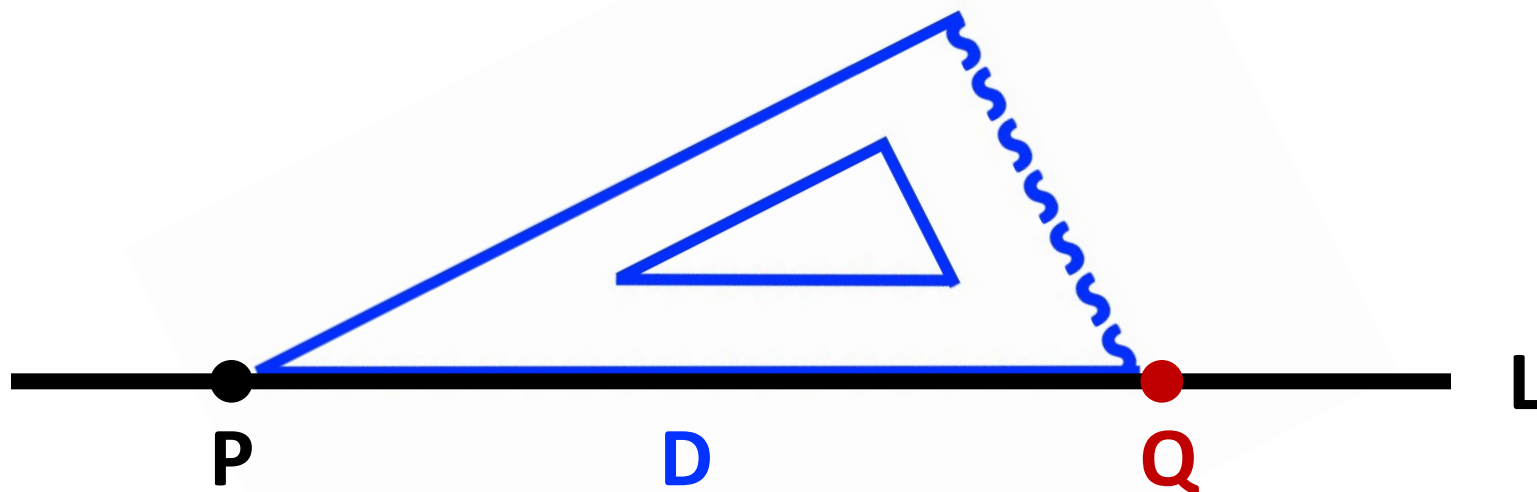
- 給予一直線 L 、以及其上之一點 P ，可以用三角板作出一射線 M 與直線 L 交於 P 點，使得射線 M 與直線 L 之夾角為三角板之**固定銳角 θ**



公設系統

- 公設二：

- ▶ 給予一直線 L 、以及其上之一點 P ，可以用三角板之斜邊於直線 L 上截取一點 Q ，使得 \overline{PQ} 為三角板之**固定斜邊長 D**

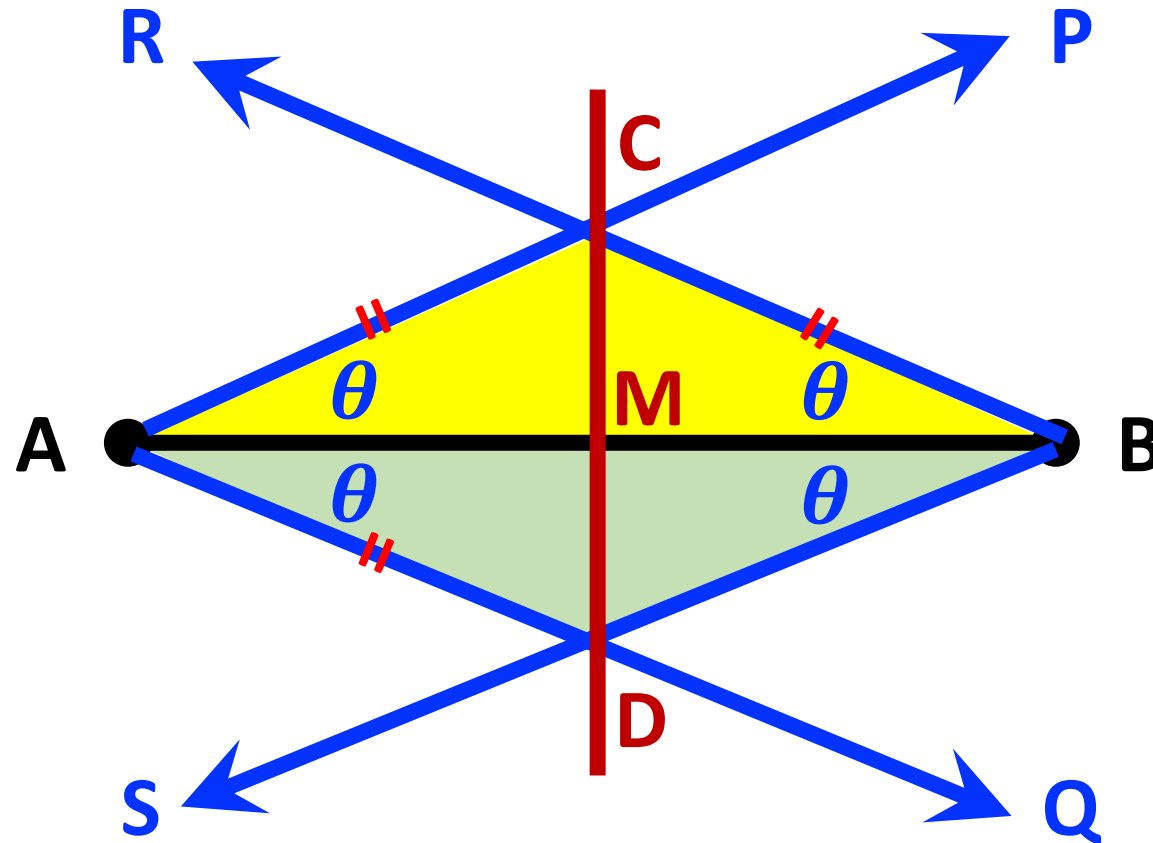


研究結果

基本作圖法（一）：作線段之**中垂線**

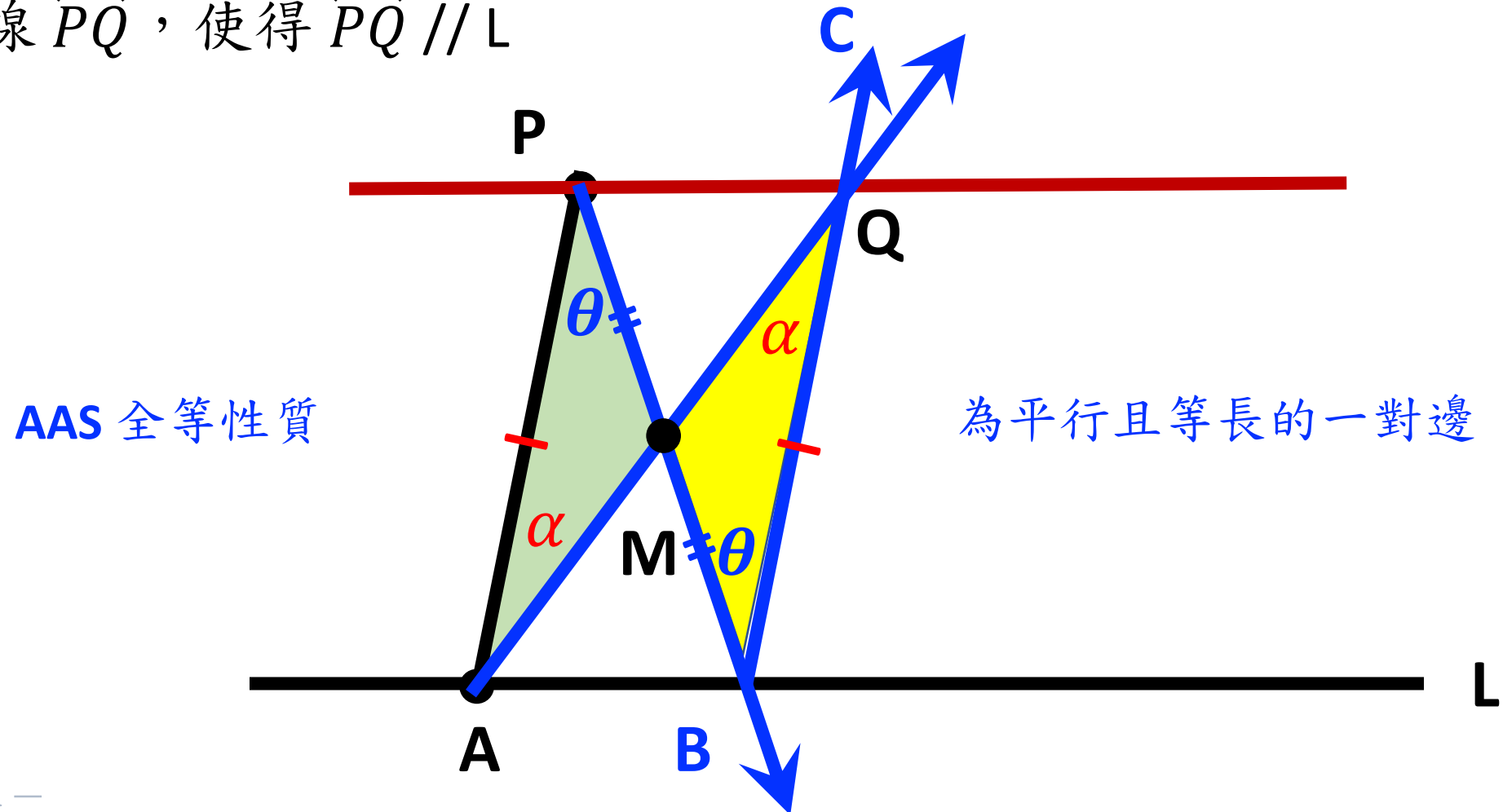
- 描述：給予一線段 \overline{AB} ，可使用三角板作出其垂直平分線

ASA 全等性質



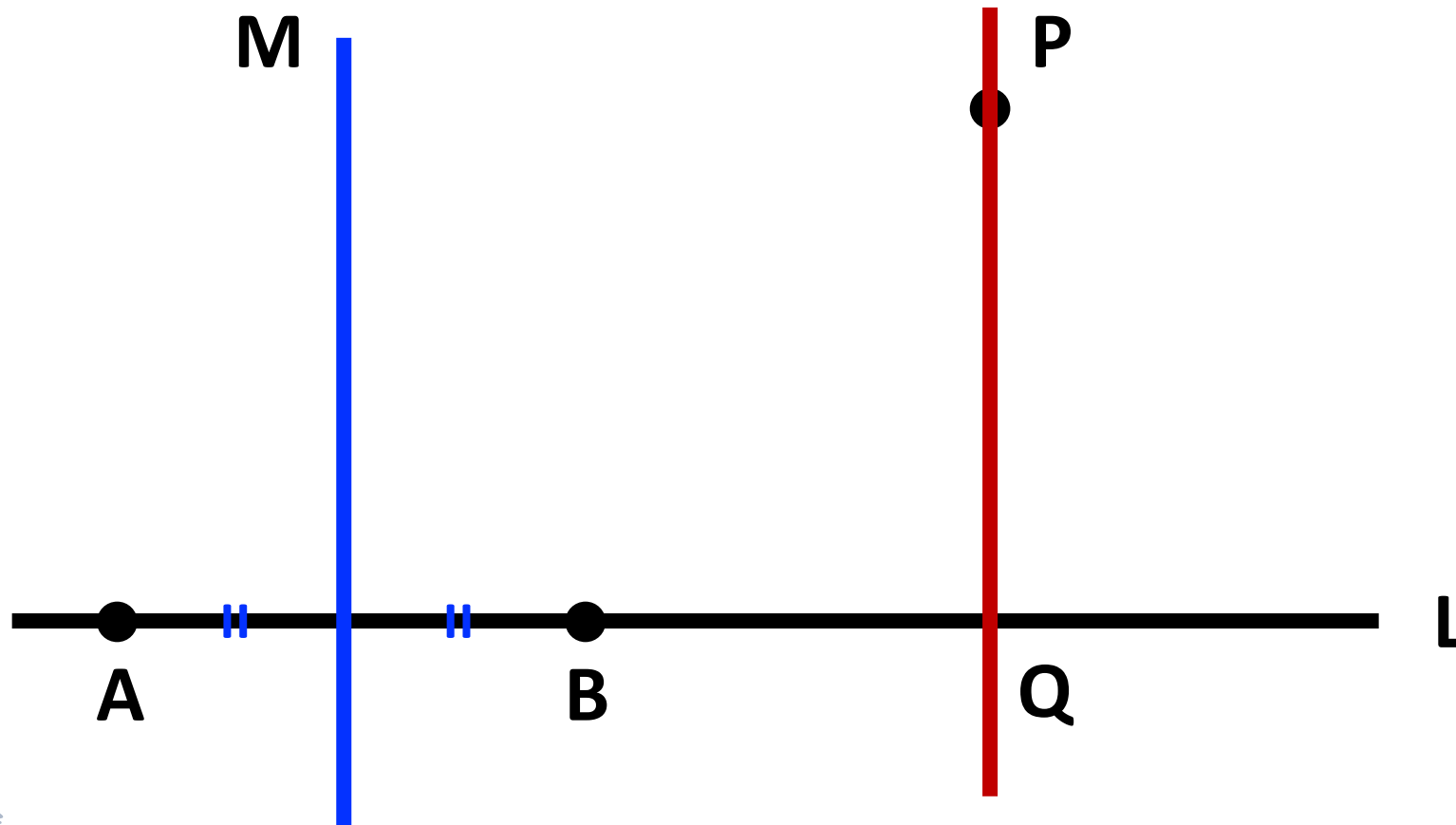
基本作圖法（二）：過線外一點作平行線

- 描述：給予一直線 L 、以及線外之一點 P ，可使用三角板過 P 點作出一直線 \overleftrightarrow{PQ} ，使得 $\overleftrightarrow{PQ} \parallel L$



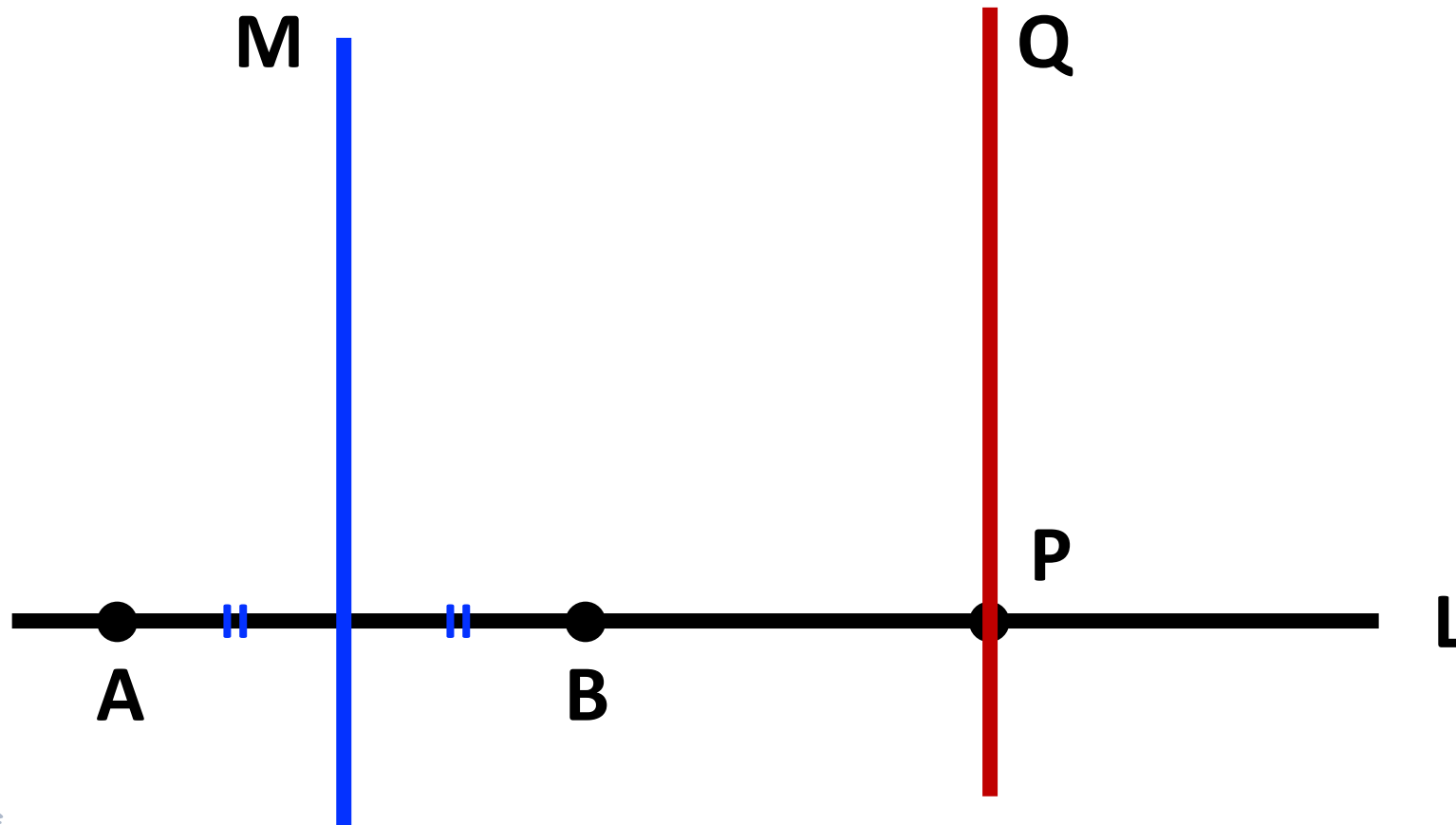
基本作圖法（三）：過線外一點作垂線

- 描述：給予一直線 L 、以及線外之一點 P ，可使用三角板過 P 點作出一直線 \overleftrightarrow{PQ} ，使得 $\overleftrightarrow{PQ} \perp L$



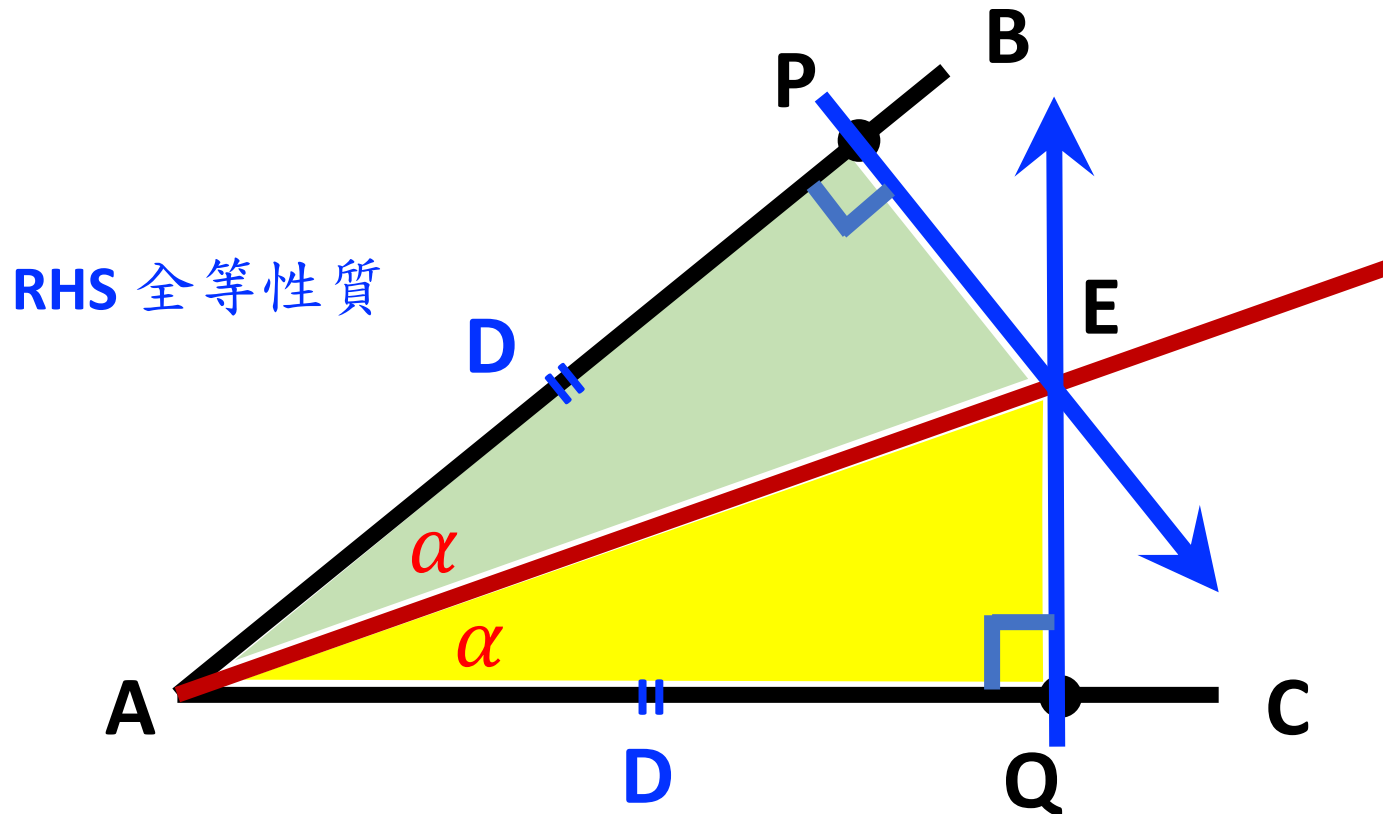
基本作圖法（三）之延伸：過線上一點作垂線

- 描述：給予一直線 L 、以及線上之一點 P ，可使用三角板過 P 點作出一直線 \overleftrightarrow{PQ} ，使得 $\overleftrightarrow{PQ} \perp L$



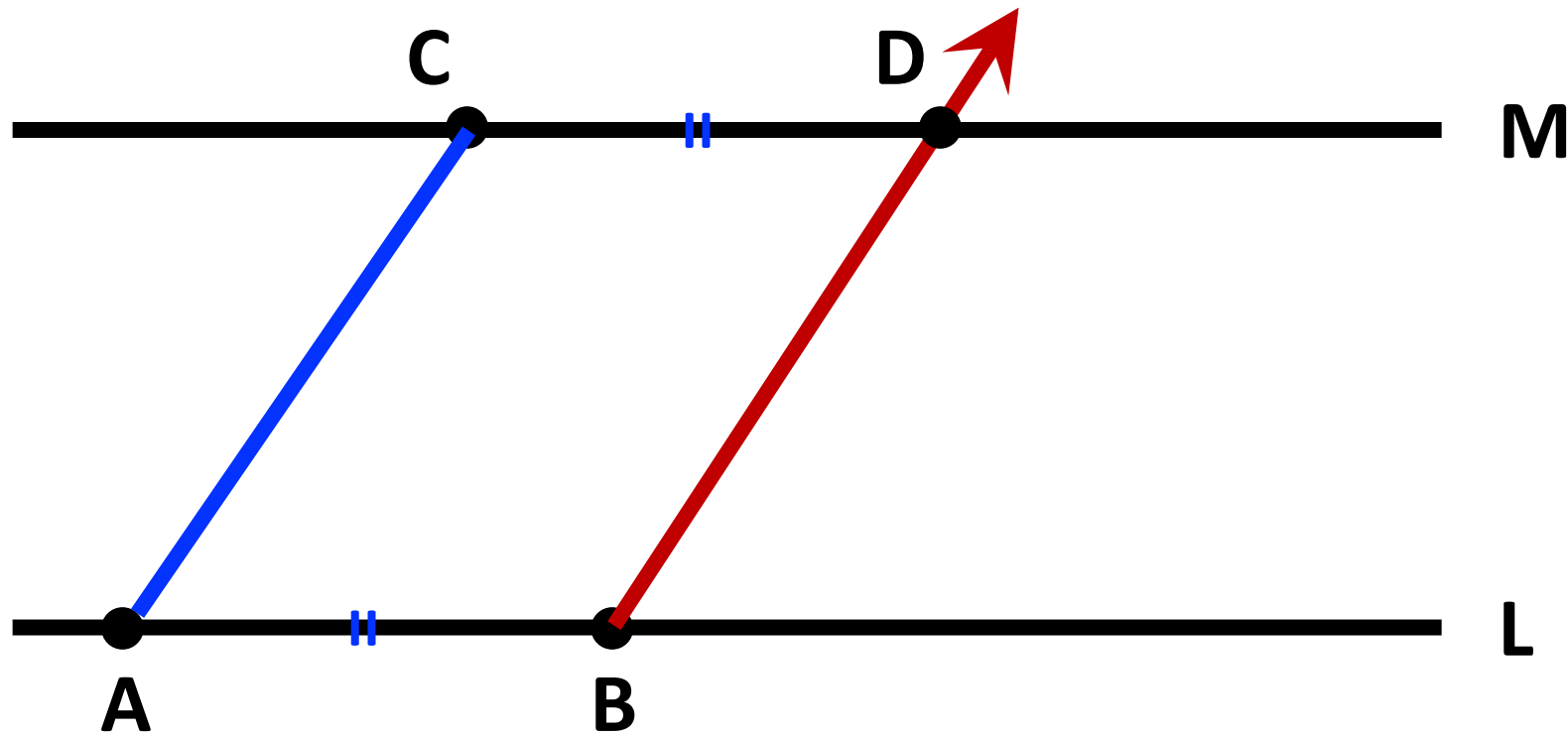
基本作圖法（四）：作角平分線

- 描述：給予一角 $\angle BAC$ ，可使用三角板作出其角平分線 \overleftrightarrow{AE}



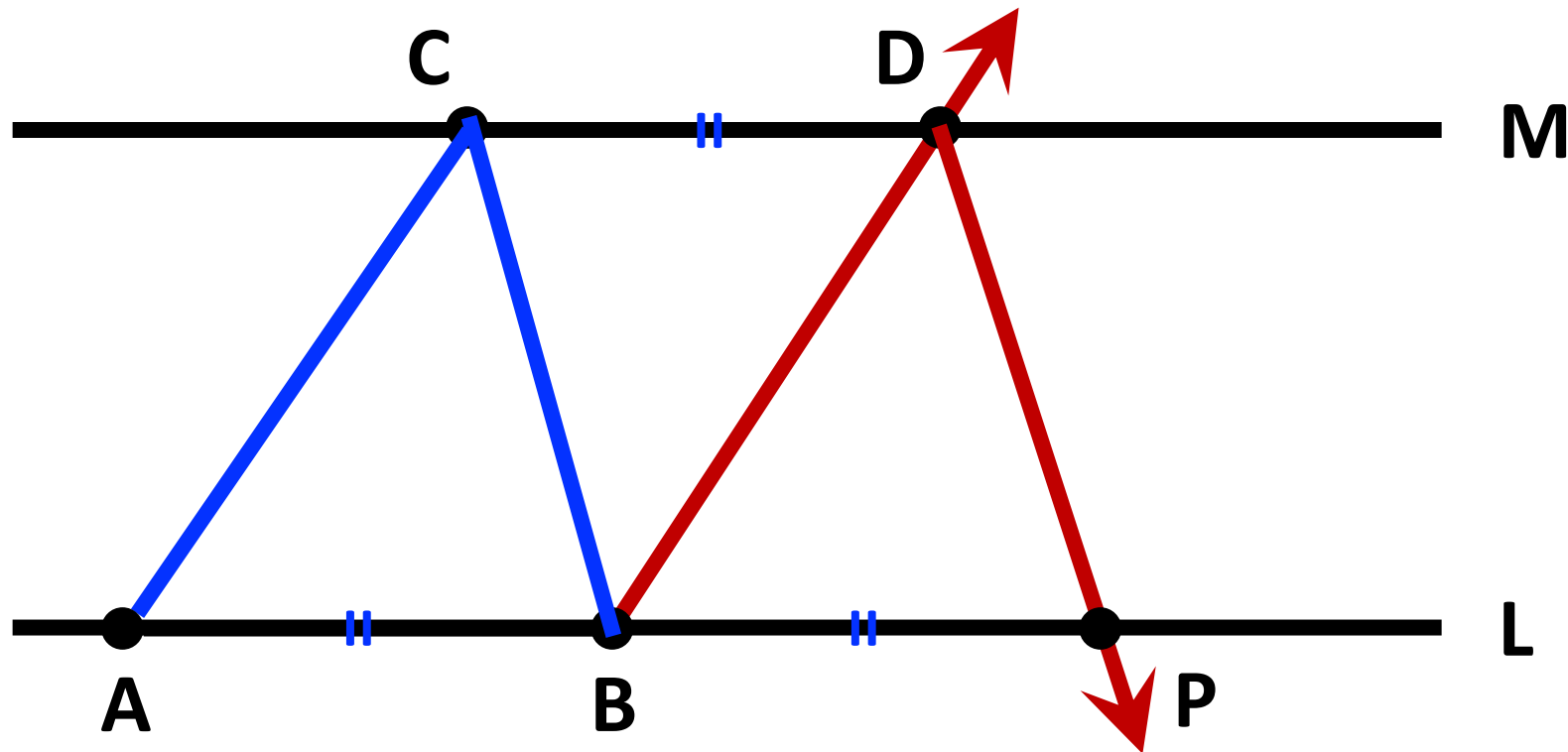
基本作圖法（五）：於平行線上截取等線段

- 描述：給予一直線 L 以及其上之兩點 A, B ，若有一直線 M 平行於直線 L ，可使用三角板於直線 M 上截取 \overline{CD} ，使得 $\overline{CD} = \overline{AB}$



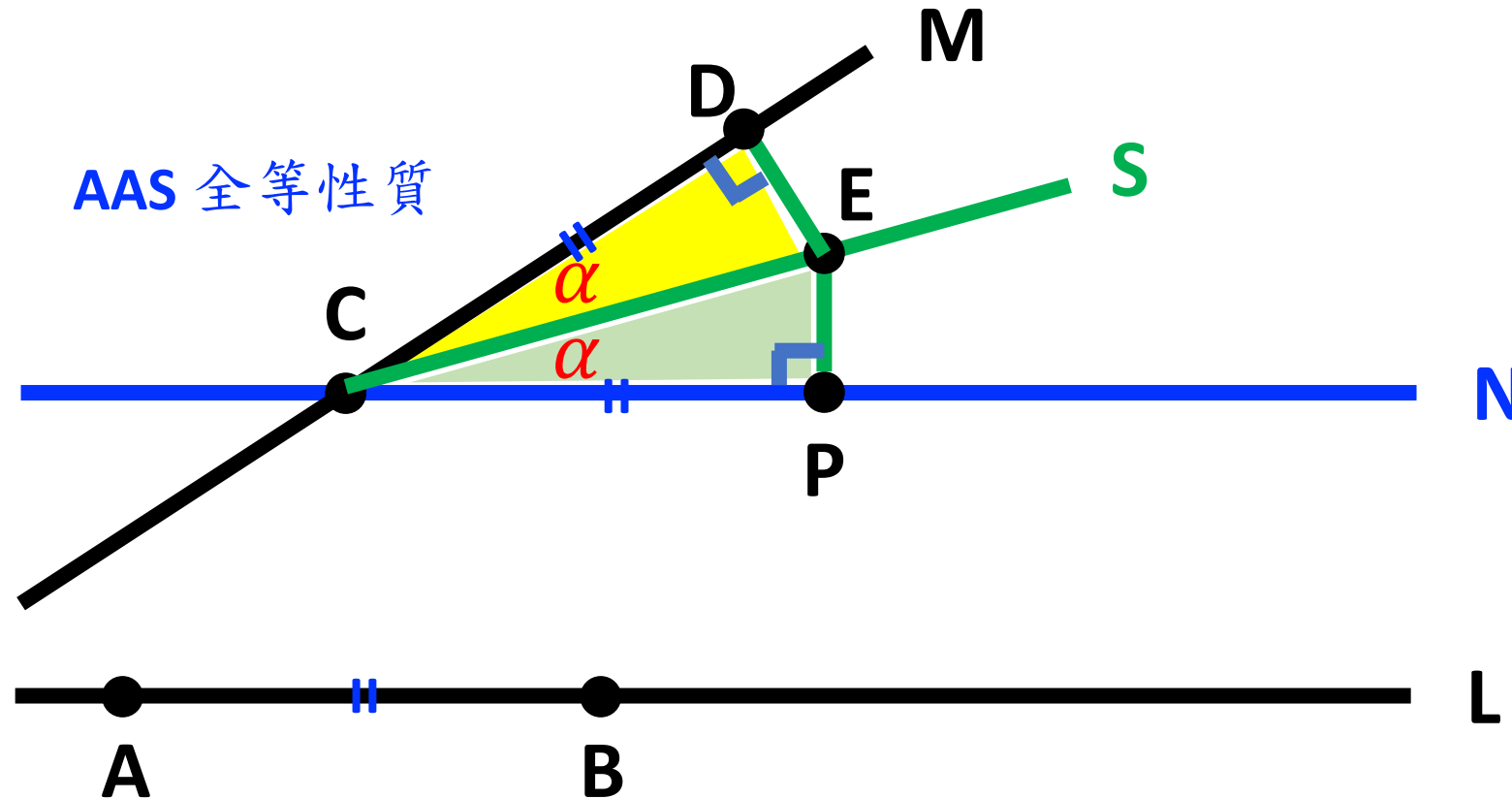
基本作圖法（六）：將任意線段延長 n 倍

- 描述：給予一線段 \overline{AB} ，可使用三角板予以延長 n 倍



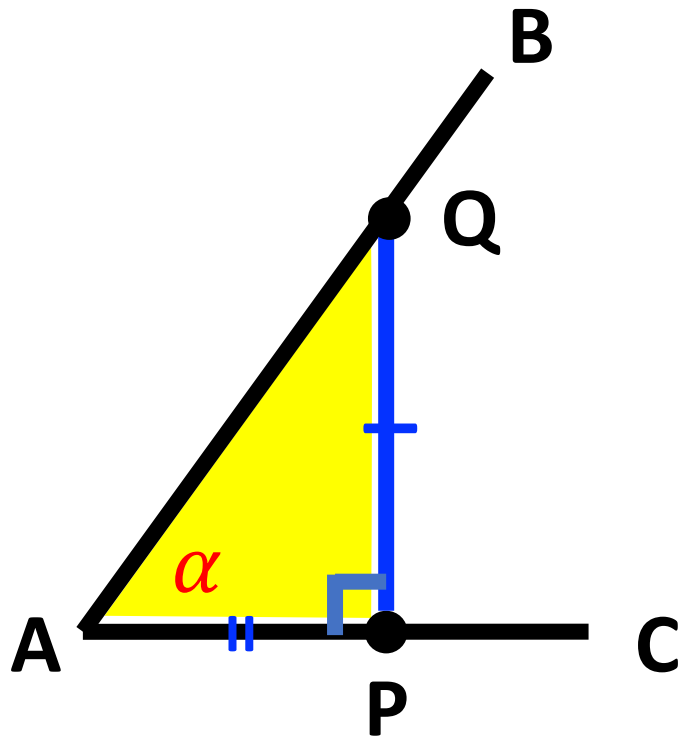
基本作圖法（七）：於非平行線上截取等線段

- 描述：給予一直線 L 以及其上之兩點 A, B ，若有一直線 M 非平行於直線 L ，可使用三角板於直線 M 上截取 \overline{CD} ，使得 $\overline{CD} = \overline{AB}$

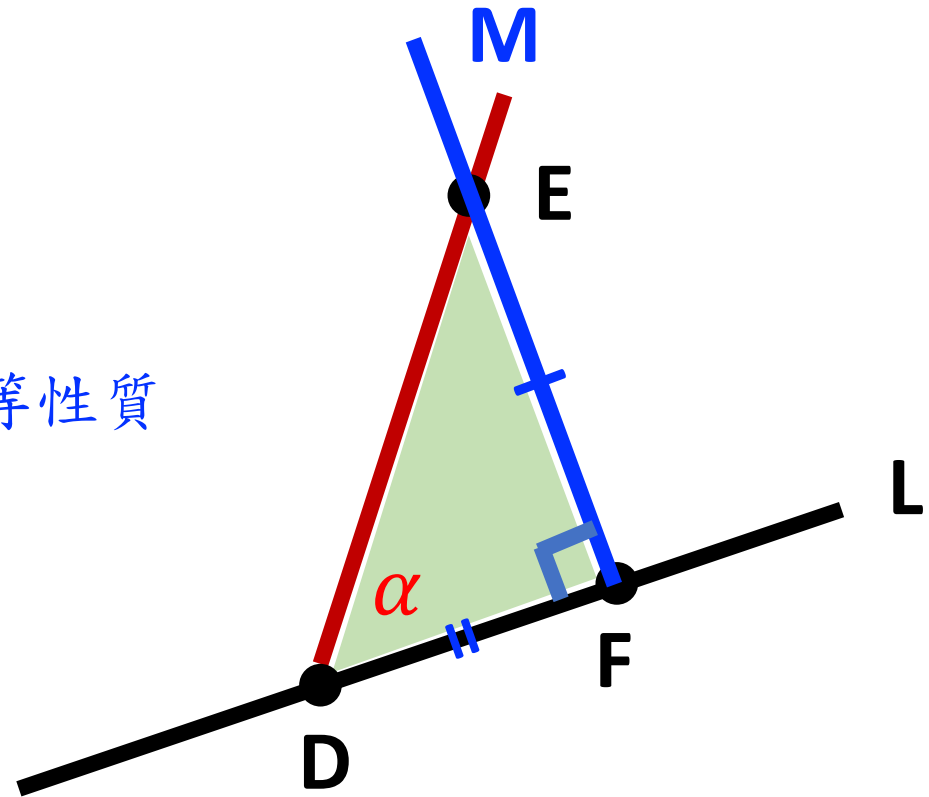


基本作圖法（八）：作等角

- 描述：給予一角 $\angle BAC$ ，可使用三角板作出等角【即作 $\angle EDF = \angle BAC$ 】

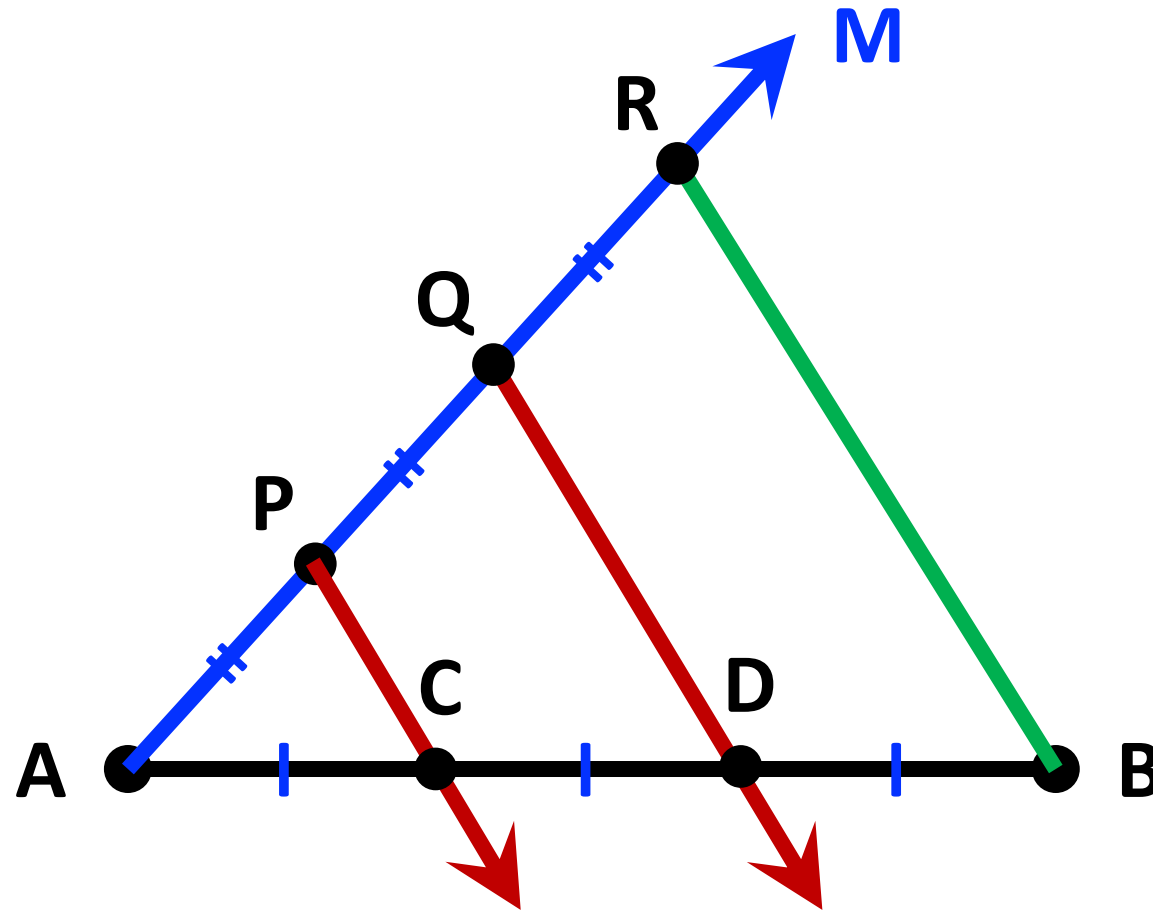


SAS 全等性質



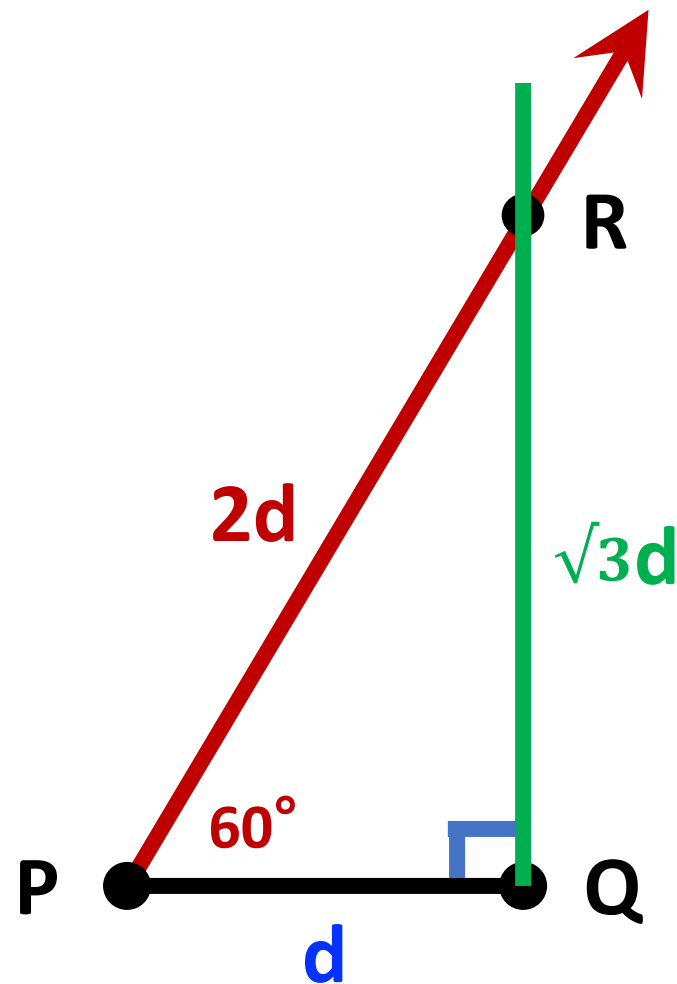
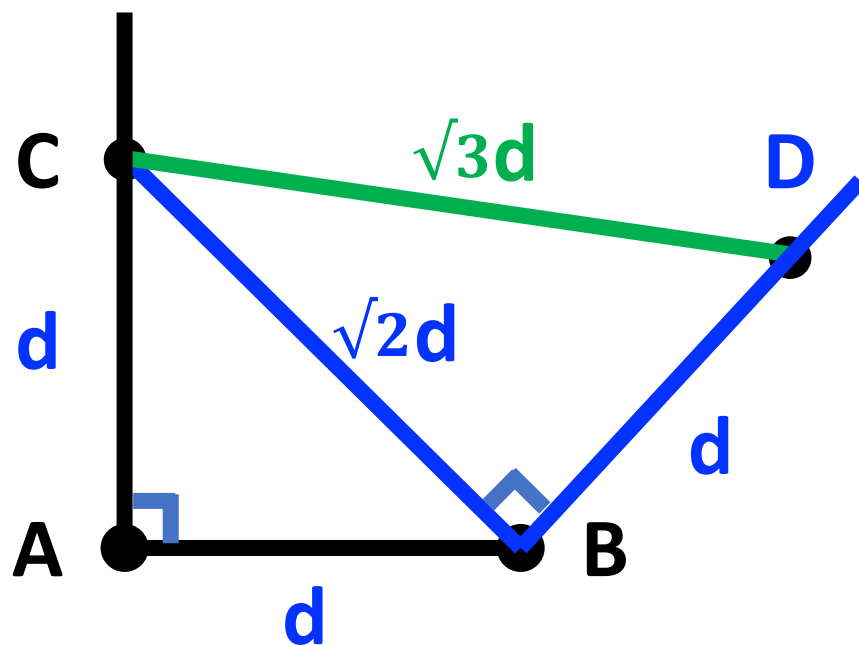
作圖應用（一）：給予線段 \overline{AB} ，可使用三角板將 \overline{AB} n 等分

- 作法：（在此僅作 3 等分，至於 n 等分，可仿照此法為之）

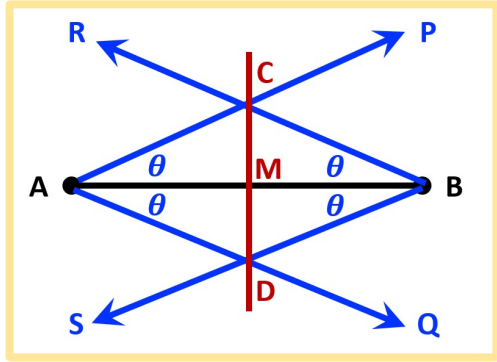


作圖應用（二）：可使用三角板作出 60 度角

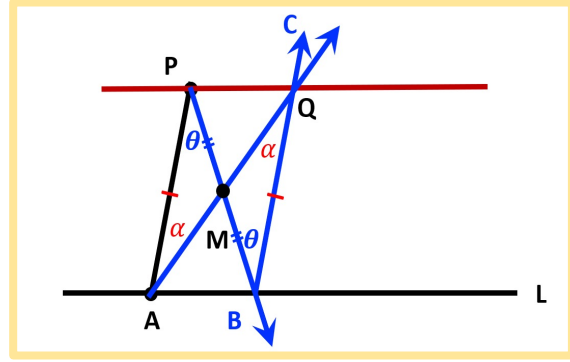
- 作法：



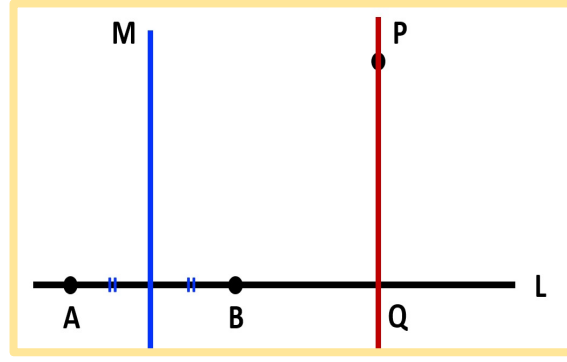
作圖總表



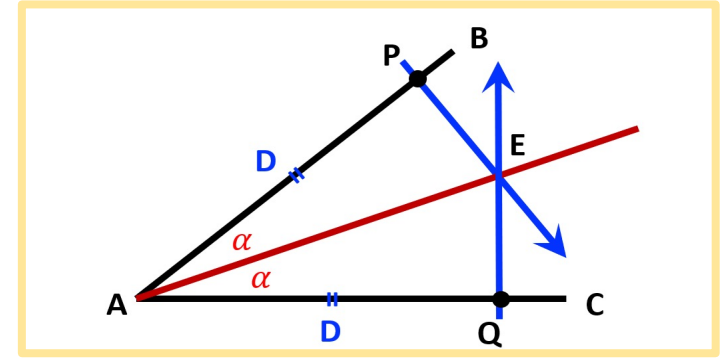
作中垂線



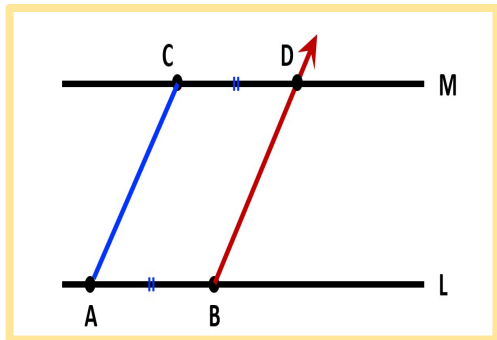
過線外一點作平行線



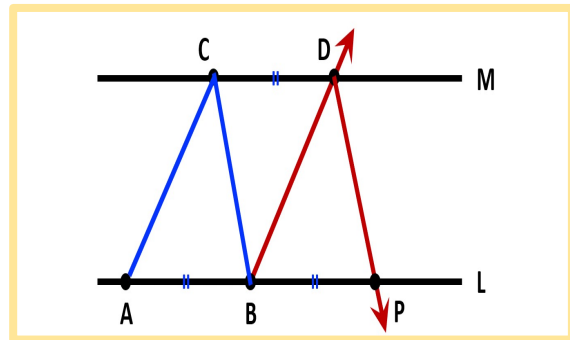
過線外/線上一點作垂線



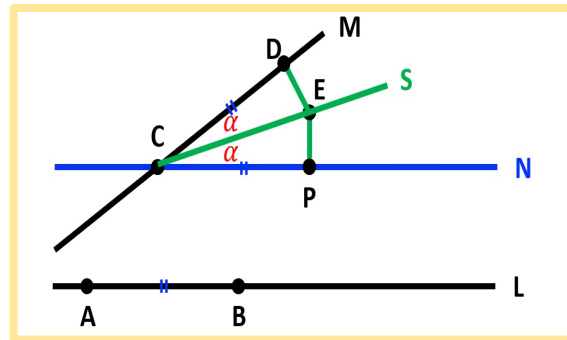
作角平分線



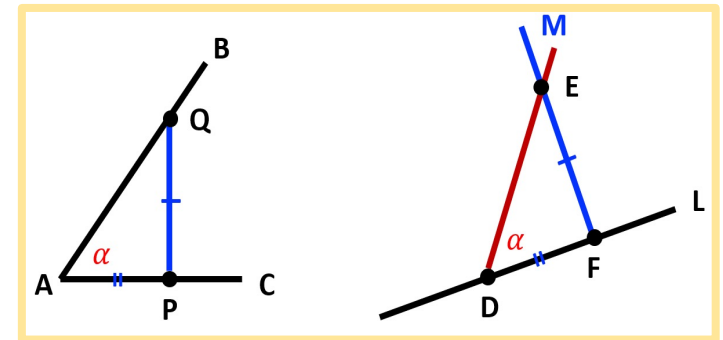
於平行線上截取等線段



將任意線段延長 n 倍

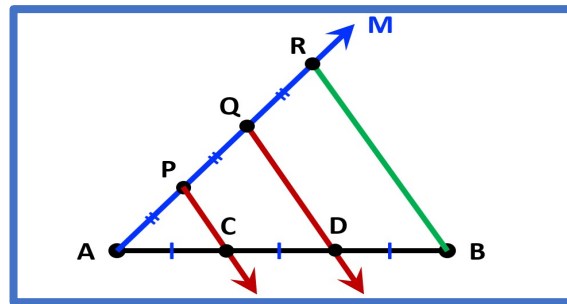


於非平行線上截取等線段

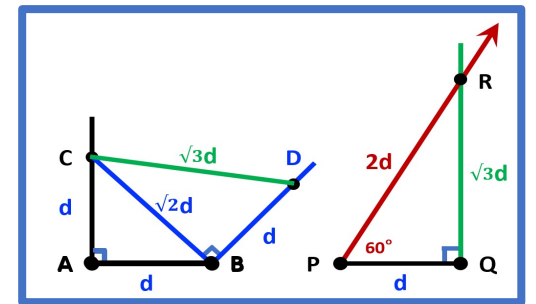


作等角

作圖應用(一、二)



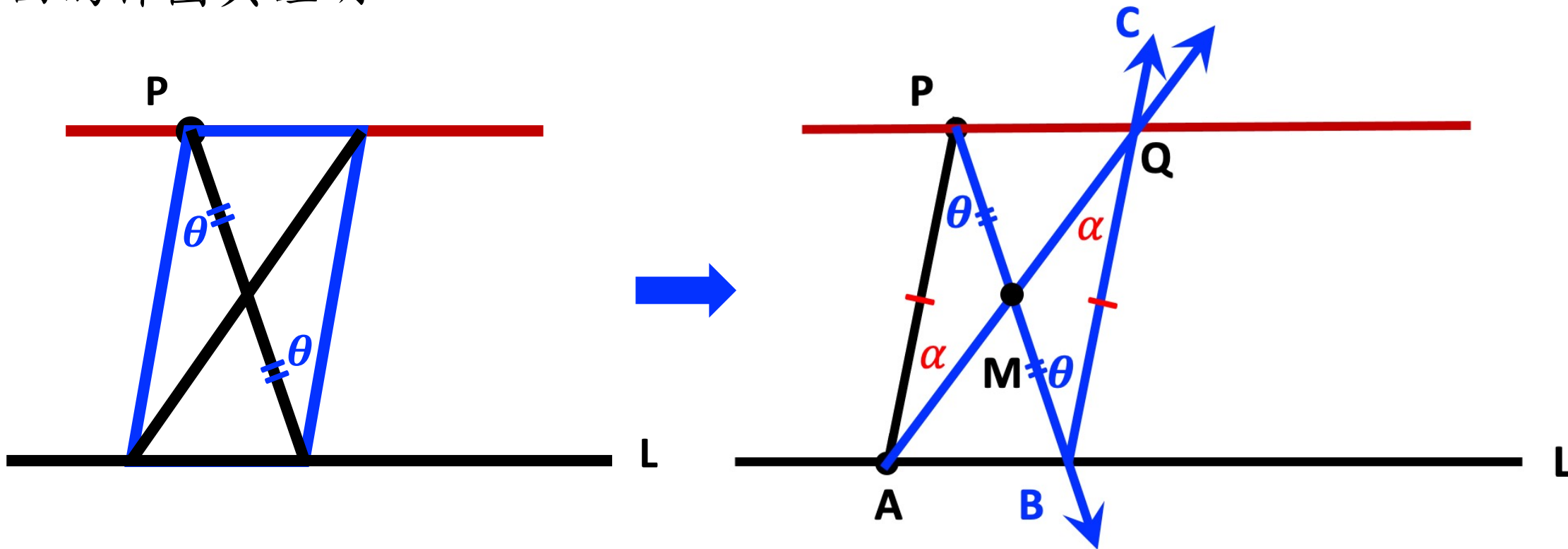
將任一線段 \overline{AB} n 等分



作 60 度角

省思與檢討（一）

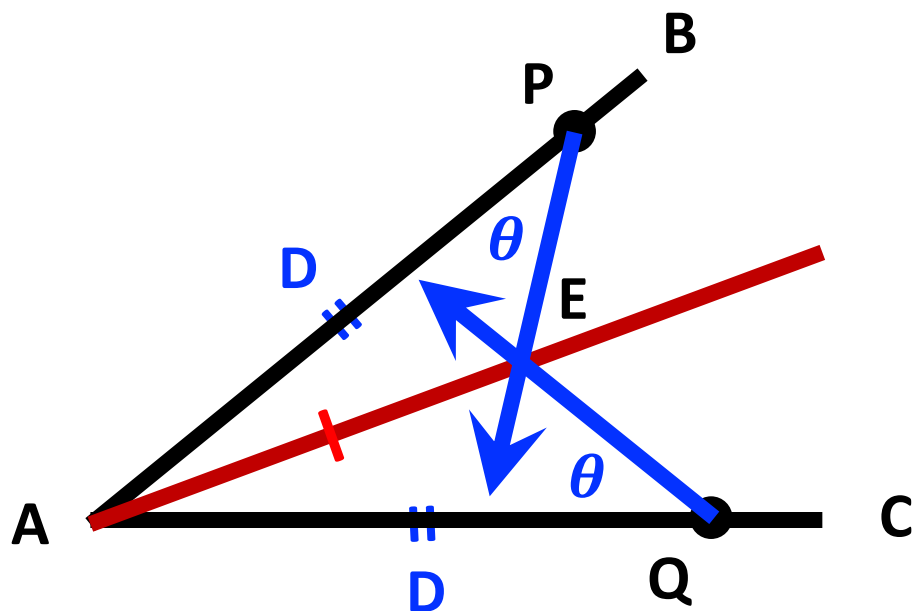
- 這篇作品有一個**很難的關卡**，就是「基本作圖法二：**過線外一點作平行線**」，這是所有幾何作圖的**關鍵**，少了它，就無法推出後面的作圖與證明。



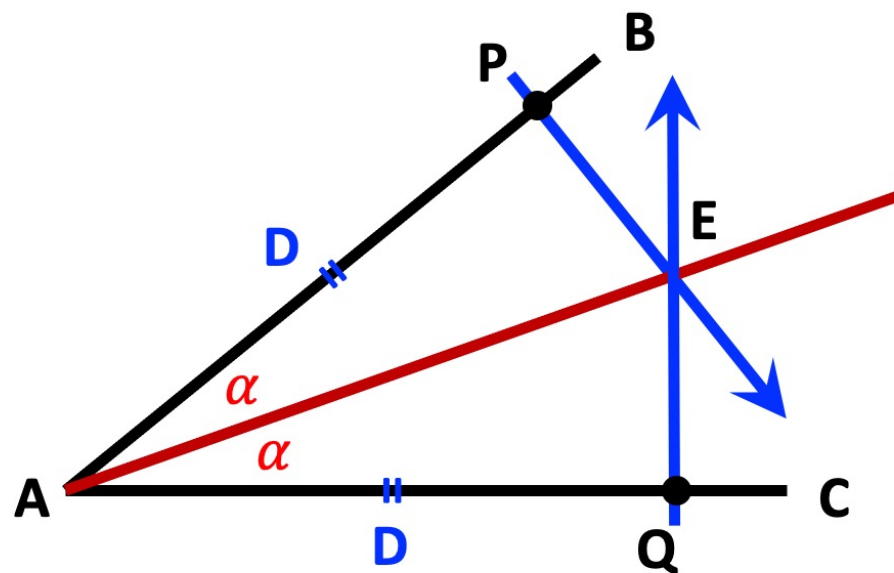
省思與檢討 (二)

- 另一個很難的關卡，就是「基本作圖法四：作角平分線」，我原本想出來的作圖方式是使用 SSA 性質，但可惜它不屬於全等性質...

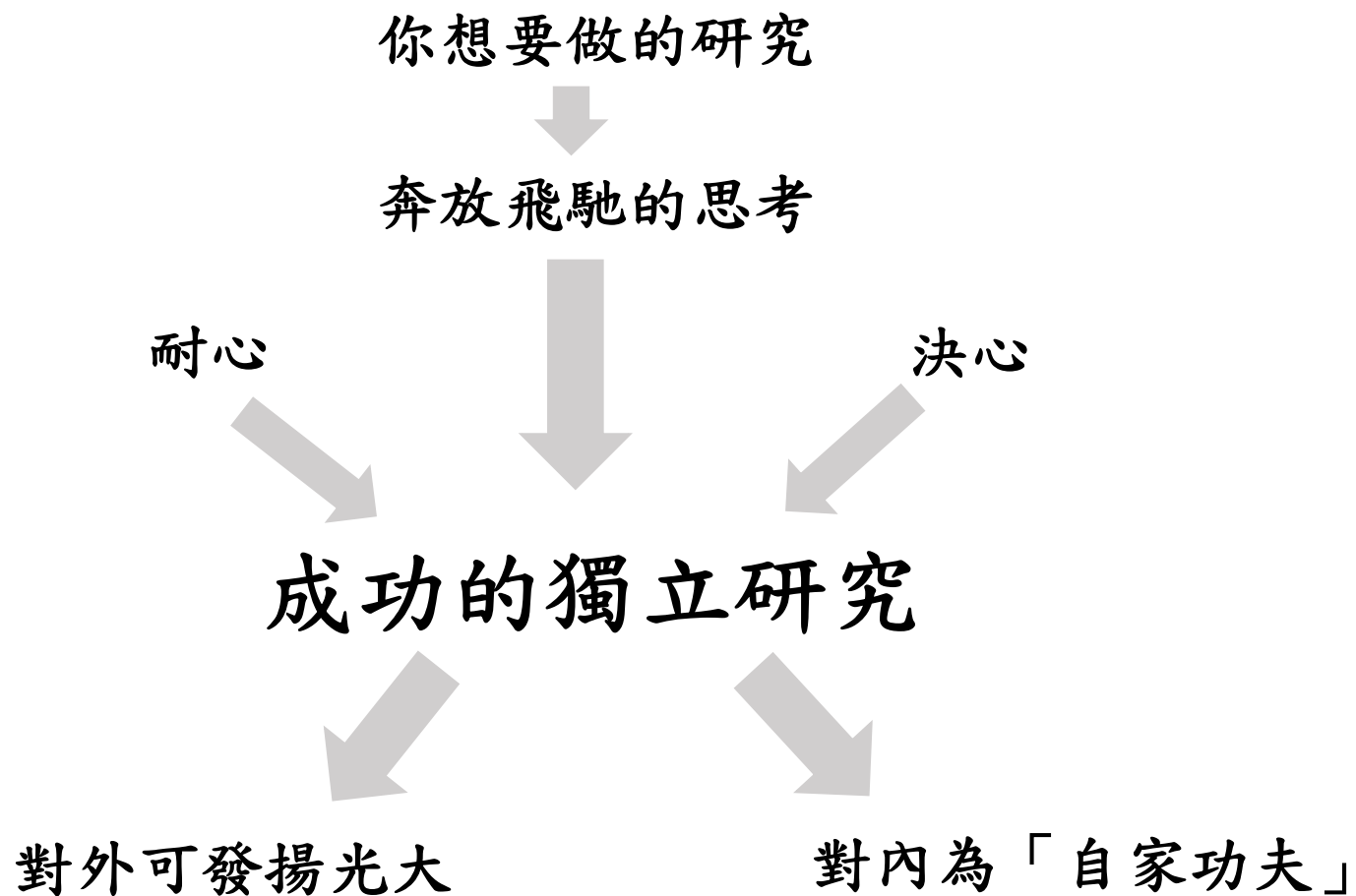
SSA 無法證明全等



轉換成 RHS 即可全等



省思與檢討（三）



謝謝師長們的聆聽

居仁國中 二年級 吳宥學